

Introdução à Pesquisa Operacional

Prof. Alexandre César

1 Pesquisa Operacional na tomada de decisões

- 1.1 Introdução à Pesquisa Operacional
- 1.2 Processo de modelagem
- 1.3 Processo de resolução
- 1.4 Modelos de programação matemática

2 Modelos de Programação Linear

- 2.1 Programação linear
- 2.2 Problemas de programação linear: Fazenda, Mistura, Dieta, Estoque
- 2.3 Análise de sensibilidade

3 Problemas de rede

- 3.1 Problemas de Transporte, Produção, Distribuição, Caminho e Fluxo
- 3.2 Problemas de Ordenação, Planejamento e Programação de Atividades
- 3.3 Métodos de Caminho Crítico (CPM-PERT)

4 Modelos de Programação Inteira

- 4.1 Branch-and-Bound
- 4.2 Problemas de programação inteira
- 4.3 Programação dinâmica

5 Modelos de Programação Não-Linear

- 5.1 Convexidade e optimalidade
- 5.2 Programação côncava, convexa e quadrática
- 5.3 Métodos baseados em derivativos e não-derivativos

6 Metaheurísticas de busca

- 6.1 Classes de problemas
- 6.2 Heurísticas de busca
- 6.3 Metaheurísticas: Recozimento Simulado, Busca Tabu
- 6.4 Metaheurísticas inspiradas na natureza

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Gerson Lachtermacher - Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões. 2a. Edição. Editora Campus. 2004.

Goldberg & Luna - Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos. Editora Campus. 2000.

Valdísio Viana- Metaheurísticas e programação paralela em otimização Combinatória. UFC Edições. 1998.

Pesquisa operacional na tomada de decisões

Pesquisa operacional é uma área multidisciplinar relacionada à Engenharia de Produção que congrega técnicas encontradas na programação matemática, ciências de gerenciamento, teoria de jogos, simulação discreta e até sistemas inteligentes.

Entidades ligadas à área de Pesquisa Operacional e Ciências de Gerenciamento (*Management Sciences*):

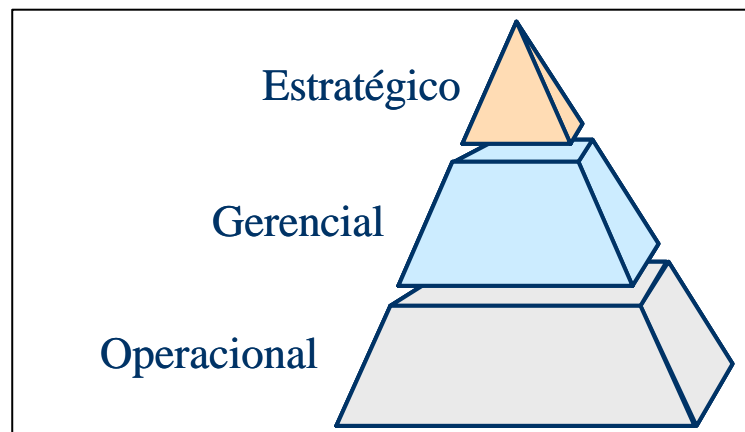
- | INFORMS (EUA)
- | SOBRAPO (BRASIL)

Tomada de Decisão

- ♦ É o processo de identificar um problema específico e selecionar uma linha de ação para resolvê-lo.
- ♦ Um **Problema** ocorre quando o estado atual de uma situação é diferente do estado desejado.
- ♦ Um Problema é uma dificuldade que impede que uma vontade seja concretizada.
- ♦ Solucionar Problemas exige a capacidade de criar adequadas representações da realidade (modelos) e, com ajuda delas, encontrar um algoritmo de solução que explique como remover ou superar tal dificuldade (Goldbarg,2000).

Tipos de Problemas (Goldbarg,2000):

- ♦ Decidíveis
 - ♦ Problemas de Decisão
 - ♦ Existe estrutura S que satisfaça propriedades K' ? (SIM ou NÃO)
 - ♦ Problemas de Localização
 - ♦ Encontrar estrutura S que satisfaça as propriedades K
 - ♦ Problemas de Otimização
 - ♦ Encontrar estrutura S que melhor satisfaça critério.
- ♦ Não Decidíveis
 - ♦ Não apresentam solução algorítmica
- ♦ Exemplos: Seja um grafo G e um inteiro $K > 0$
 - ♦ Decisão: Existe um clique em G de tamanho $>$ (maior igual) K ?
 - ♦ Localização: Encontrar em G um clique de tamanho $> K$?
 - ♦ Otimização: Encontrar em G um clique de tamanho máximo.
- ♦ **Níveis de decisão**
 - ♦ Operacional
 - ♦ Gerencial e
 - ♦ Estratégico



Obs: Clique: Find the largest subgraph that is complete in an undirected graph

Tomada de Decisão

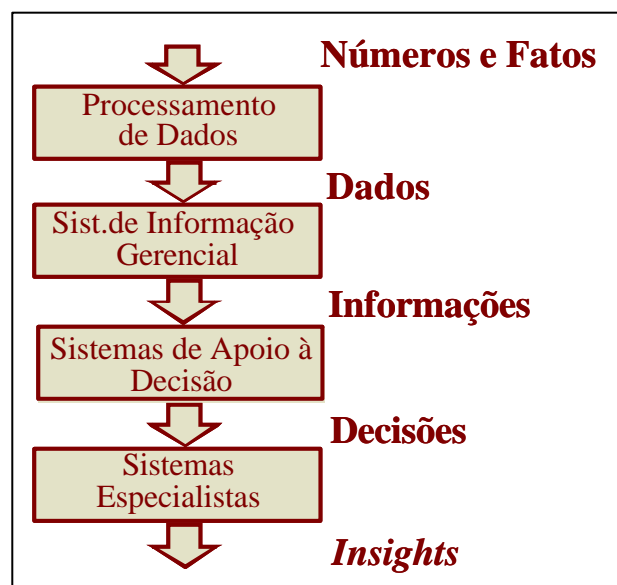
Problemas encontrados no processo de decisão:

- Otimização de recursos
- Localização de facilidades
- Roteamento
- Carteiras de investimento
- Alocação de pessoal
- Previsão e planejamento

A tomada de decisão está comumente associada a problemas que surgem em processos operacionais. A busca ou pesquisa pela melhor decisão a ser tomada, baseando-se em aspectos quantitativos é chamada de Pesquisa Operacional.

Objetivos da Tomada de Decisão

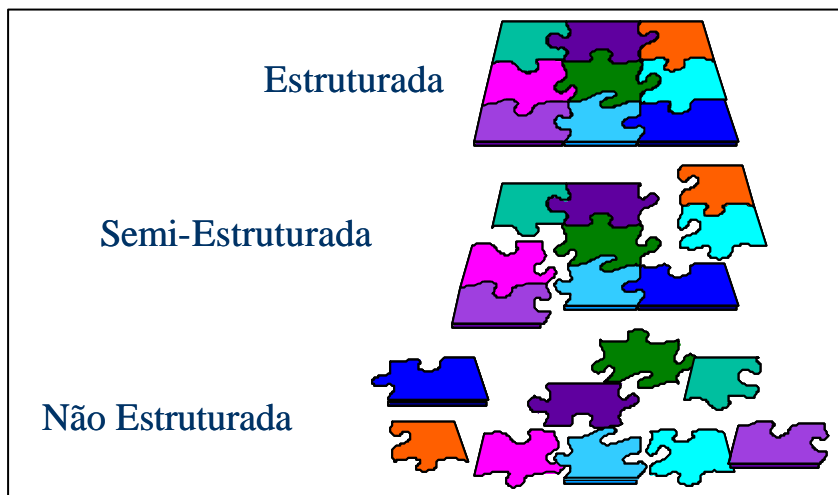
- Converter dados em informações significativas
- Apoiar o processo de decisão de forma transferível e independente
- Criar sistemas computacionais úteis ao *decisor* (usuário não-técnico)



Fatores Relevantes

- ♦ Tempo disponível para tomada de decisão
- ♦ A importância da decisão
- ♦ O ambiente
- ♦ Certeza/incerteza e risco
- ♦ Agentes decisores
- ♦ Conflito de interesses

Classificação da informação

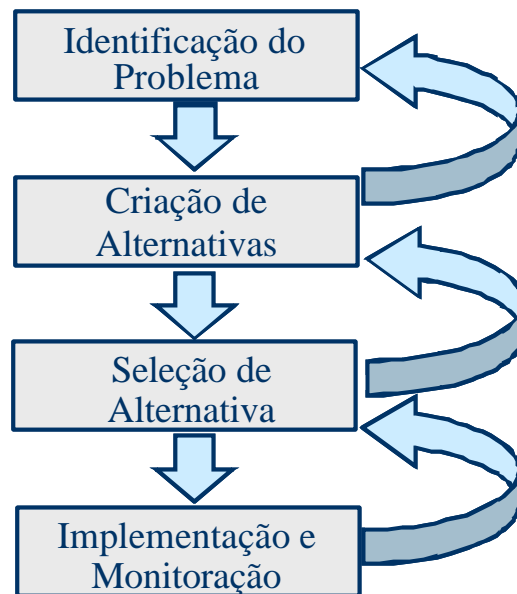


Método de Resolução do Problema

- ♦ Identificar o problema
- ♦ Gerar alternativas
- ♦ Escolher a melhor alternativa

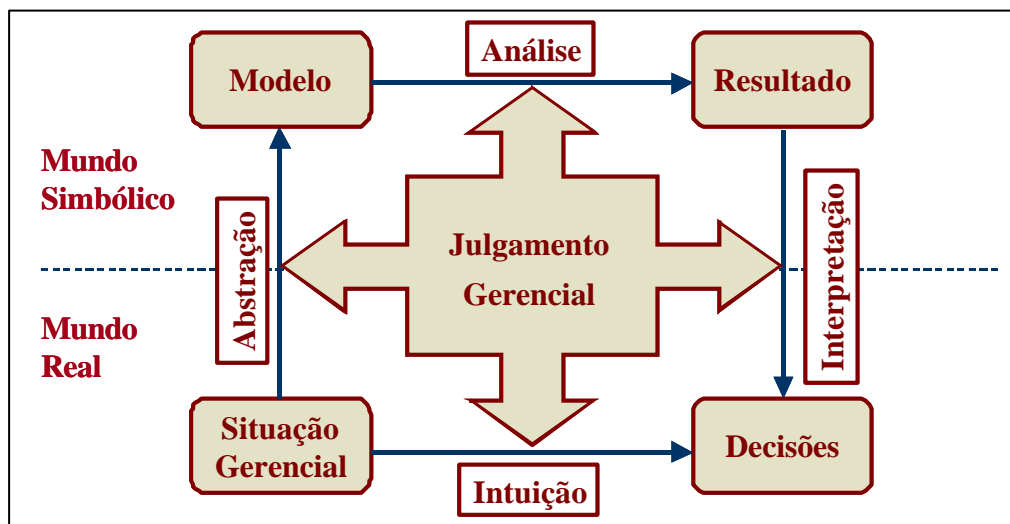
Modelos Computacionais

- Um modelo é uma simplificação a realidade;
- Considera apenas aspectos que um dado observador considera relevante para o entendimento de como um processo funciona (Oliveira, 2004).
- Modelos são representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada (Goldbarg, 2000)
- A construção de um algoritmo de solução é profundamente influenciada pelo modelo utilizado.
- Solucionar problemas é, portanto, uma arte de criar ou escolher modelos, e com eles construir algoritmos que funcionem na prática e sejam rápidos o suficiente para que ainda exista o problema quando oferecerem a solução (Goldbarg,2000).
- Um modelo computacional é um conjunto de relações matemáticas e hipóteses lógicas implementadas em computador como uma representação de um problema real de tomada de decisão.



Processo de Modelagem

- ♦ Força os decisores a tornarem explícitos seus objetivos.
- ♦ Força a identificação e armazenamento das diferentes decisões que influenciam os objetivos.
- ♦ Força a identificação e armazenamento dos relacionamento entre as decisões.
- ♦ Força a identificação das variáveis a serem incluídas e em que termos elas serão quantificáveis.
- ♦ Força o reconhecimento de limitações.
- ♦ Permitem a comunicação de suas idéias e seu entendimento para facilitar o trabalho de grupo.



Realismo

- ♦ Um modelo só tem valor se o seu uso provoca melhores decisões.
- ♦ **Intuição**
 - ♦ Modelos quantitativos e intuição gerencial não se encontram em lados opostos.
 - ♦ Intuição é crucial durante a interpretação e implementação.

O modelo sistêmico (Goldbarg, 2000)

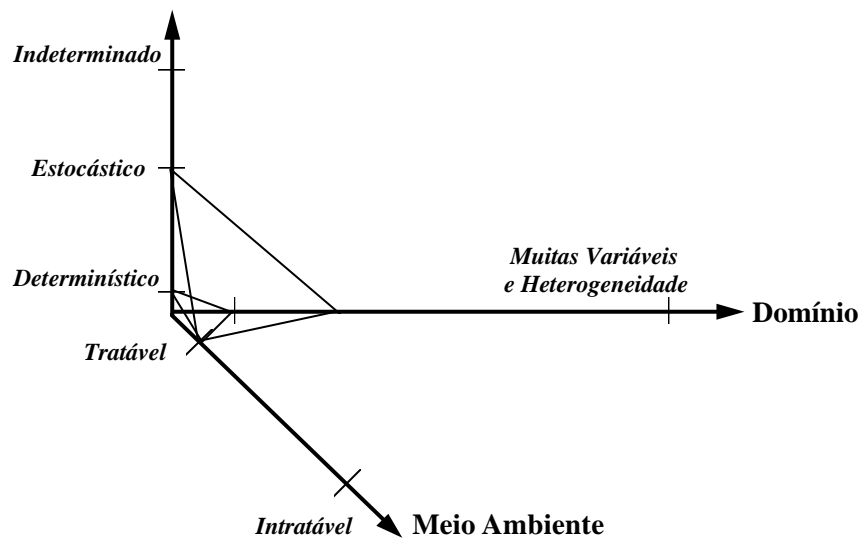
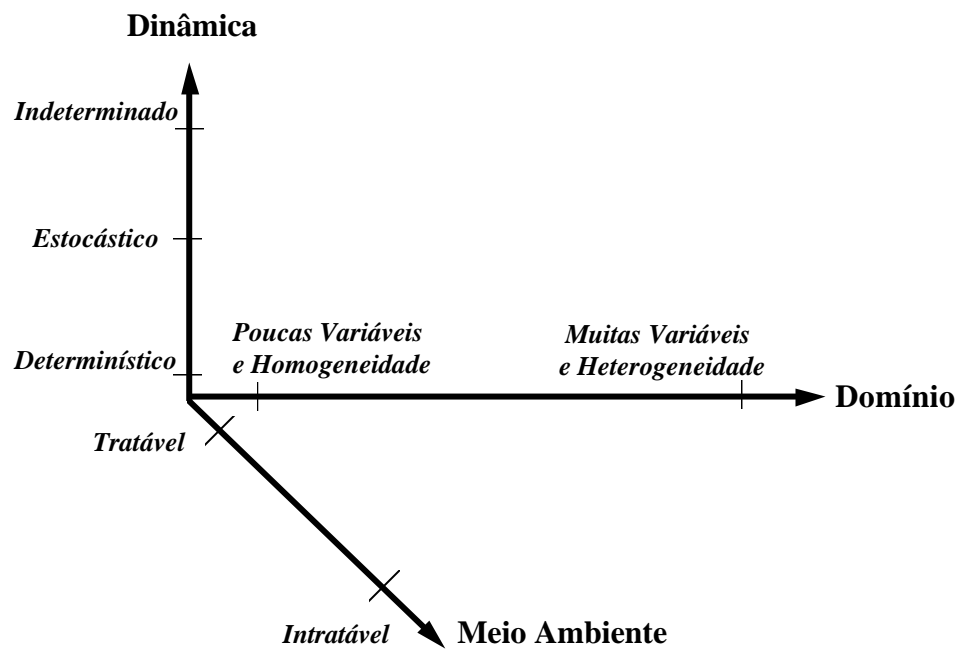
Sistemas são unidades conceituais ou físicas, compostas de partes interrelacionadas, interagentes e interdependentes. Principais propriedades:

- ♦ Sinergia – o todo alcança desempenho melhor do que seria obtido pela soma das partes
- ♦ Simbiose Interna – compartilhamento de funções (cada parte é indispensável)
- ♦ Simbiose Externa – componente participante e indispensável de um ecossistema social
- ♦ Homeostase – conservação de seu estado de equilíbrio
- ♦ Entropia Negativa – capacidade de importar energia de seu ecossistema social para compensar a natural degradação (equilíbrio com o meio)
- ♦ Aninhamento

Características gerais dos modelos

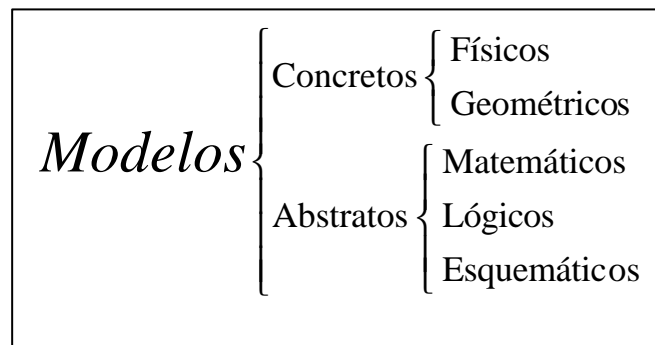
- ♦ Um modelo sempre simplifica a realidade.
- ♦ Um modelo simbólico deve conter detalhes suficientes para que:
 - ♦ Os resultados atinjam suas necessidades
 - ♦ O modelo seja consistente com os dados
 - ♦ O modelo possa ser analisado no período de tempo disponível a sua concepção

Dimensão da complexidade de modelos (Goldbarg, 2000)



Plano de mecanismos (interior)

Quanto à natureza (Goldbarg, 2000)



Quanto às propriedades (Goldbarg, 2000)

- ♦ Icônicos: diferença na escala, por ex. fotografia
- ♦ Analógicos: grafos utilizam grandezas geométricas para representar variáveis
- ♦ Simbólicos: letras, números e outros símbolos, como um DFD.

Quanto às variáveis controladas (Emshoff, 1970)

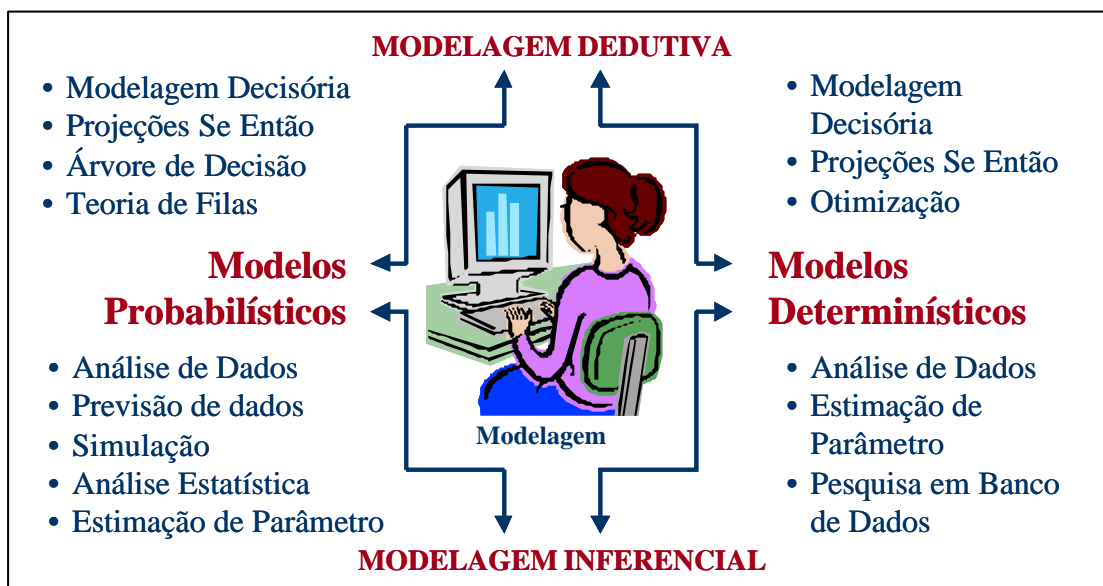
- ♦ Descritivos: linguagem corrente
- ♦ Físicos: miniaturas, túneis de vento
- ♦ Simbólicos: desenhos
- ♦ Procedimentais: simulação

Modelos de Tomada de Decisão

- ♦ São modelos simbólicos nos quais algumas variáveis representam decisões que devem ser tomadas.
- ♦ **Modelos Determinísticos**
 - ♦ São modelos nos quais todas as variáveis relevantes são assumidas como certas e disponíveis.
- ♦ **Modelos Probabilísticos ou Estocásticos**
 - ♦ São modelos nos quais uma ou mais variáveis não são conhecidas com certeza.
 - Variáveis Randômicas ou Aleatórias

Tipos de Modelagem

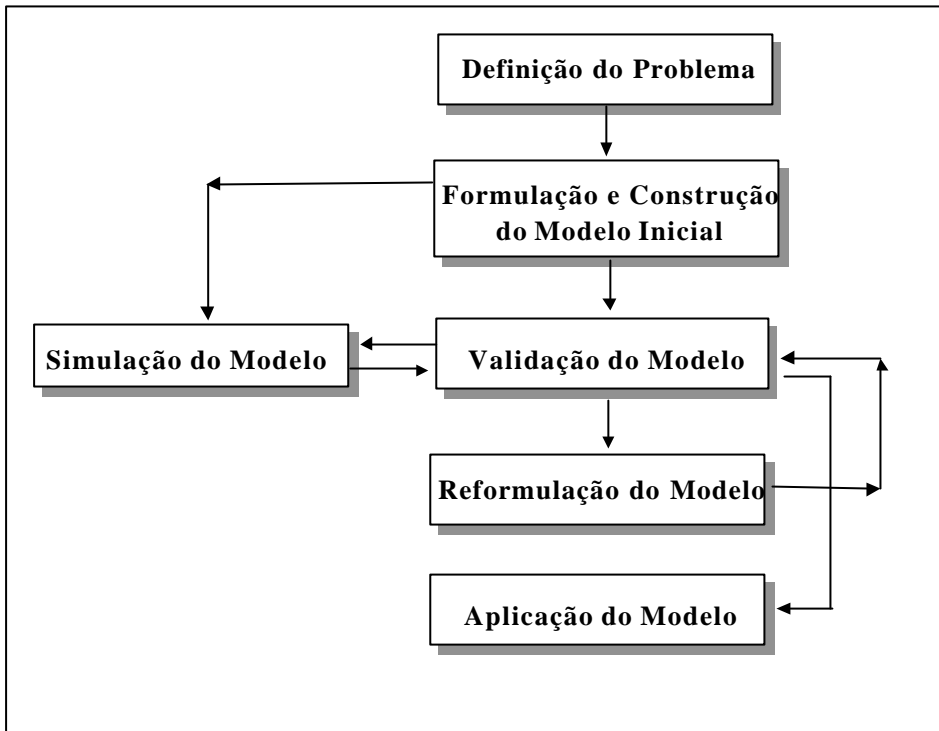
- ♦ **Modelagem Dedutiva**
 - ♦ Hipóteses das variáveis relevantes e suas interligações.
 - ♦ Modelagem do tipo *top-down*, maior peso no conhecimento do modelador a respeito das variáveis e parâmetros.
- ♦ **Modelagem Inferencial**
 - ♦ Análise dos dados para estabelecimento das relações entre variáveis.
 - ♦ Modelagem do tipo *down-top*



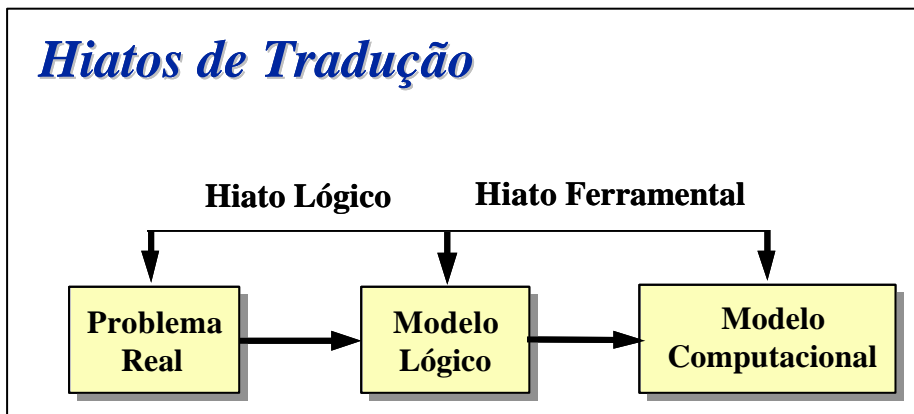
Modelos Matemáticos

- ♦ Informação estruturada ou semi-estruturadas, tem-se:
 - Programação Matemática
 - Modelos de Previsão
 - Simulação
 - Sistemas Especialistas
 - PERT/CPM - Gráficos de Gantt
 - Árvore de Decisão
 - Métodos de Apoio Multi-Critério

Modelagem



Dificuldades



Problemas de Otimização

- ♦ Em problemas reais de otimização busca-se maximizar ou minimizar uma quantidade específica, chamada objetivo, que depende de um número finito de variáveis de entrada.
- ♦ As variáveis de entrada podem ser:
 - Independentes uma das outras.
 - Relacionadas uma com as outras por meio de uma ou mais restrições.

Aplicações de Otimização Matemática

- ♦ Determinação de *Mix* de Produtos
- ♦ *Scheduling*
- ♦ Roteamento e Logística
- ♦ Planejamento Financeiro

Elementos:

- ♦ Objetivos
- ♦ Variáveis de decisão ou controle
- ♦ Níveis de detalhe

Modelos de Otimização

- a) **Estrutura do sistema é suficientemente simples:**
[plano de mecanismo](#)
- b) **Estrutura simples, mas representação difícil:**
 analogia com outros sistemas. Metaheurísticas de busca são metáforas para problemas de otimização
- c) **Estrutura não-aparente:** análise estatística permite transformar um sistema em uma caixa-preta, onde as respostas para determinados estímulos são conhecidas. Necessário muitas vezes de um projeto de experimentos que permita que tal padrão de estímulo-resposta seja conhecido.
- d) **Experimentação limitada:** modelos de conflitos e jogos de operações (Ackoff, 1971)

Modelo de Otimização

Minimizar $f(x)$

Sujeito a :

$$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m_h$$

$$g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m_g$$

$$x \in \mathcal{R}^n$$

$$f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R} \quad g: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R} \quad h: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$$

Dependendo dos valores que podem ser assumidos pelas variáveis de controle e pela natureza das equações que modelam o processo (plano de mecanismos):

- ♦ Programação Linear
- ♦ Programação Não-Linear
- ♦ Programação Inteira

Modelos de Otimização

- Em geral, não é trivial a modelagem.
- Existem modelos propostos para vários problemas clássicos.
- Problemas similares podem ser similarmente resolvidos.
- Existem ferramentas computacionais (*solvers*) que podem ser usados para encontrar a solução ótima.

Metaheurísticas de busca

- Dependendo do número de variáveis e complexidade do modelo, pode-se optar por métodos alternativos de otimização baseados em analogias com outros sistemas:
 - Algoritmos evolutivos
 - Busca tabu
 - Sistemas imunológicos artificiais
 - Sistemas de colônia de formigas
- Em geral, são de fácil concepção, mas de difícil ajuste de parâmetros.
- Nem sempre encontram soluções ótimas.
- Para serem mais robustos, são algoritmos estocásticos.
- Na maioria das vezes, um mesmo ajuste de parâmetros não permite a solução de várias instâncias do problema.
- Há uma linha de pesquisa visando desenvolver algoritmos genéricos, robustos, paralelizáveis e rápidos.

Pesquisa operacional

- Automatização de Processos
- Análises Operacionais
- Identificação de Gargalos
- Determinação de Valores
- Projetos e Reengenharia

Os modelos quantitativos não tomam as decisões, mas as tornam muito mais claras e fáceis, ficando ainda sujeitas a critérios não quantitativos tais como, ingerências políticas, culturais, etc.

Exercício

Caso da Fábrica de Pastéis e Pastelões Ltda.

- A Pastéis e Pastelões Ltda. fabrica pastéis de forno a partir de dois ingredientes básicos: massa semi-pronta e recheio congelado. A empresa pretende estabelecer um modelo para previsão de seu lucro operacional mensal. Desconsiderando a hipótese de alteração do tamanho e da qualidade dos pastéis, a diretoria considera que o preço unitário do pastel e o preço médio praticado pela concorrência são os únicos fatores relevantes na determinação da demanda, a qual comporta-se segundo a seguinte equação: $D = 15.000 - 5000x + 5000y$, onde x é o preço do pastel da Pastéis e Pastelões e y é o preço médio dos pastéis vendidos pelos concorrentes.